Les condensateurs

Table des matières

1 Conducteur isolé

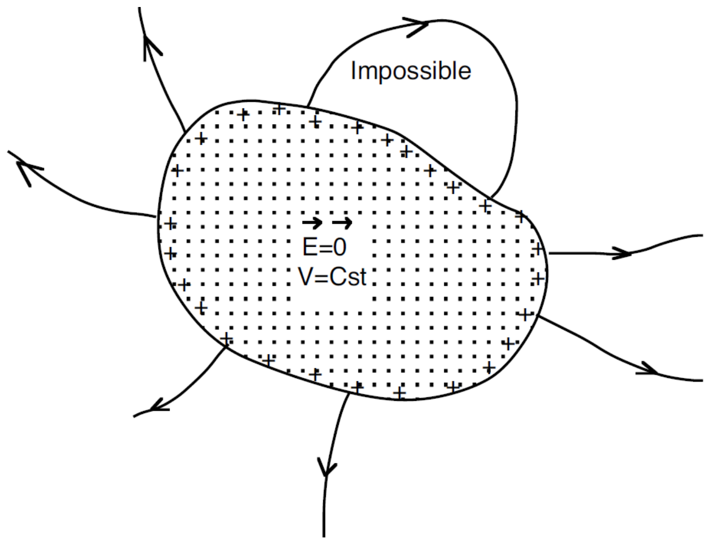
1.1 Notion d'équilibre éléctrostatique

Jusqu'à présent, nous nous sommes intéressés uniquement aux charges électriques et à leurs effets. Que se passe-t-il pour un corps conducteur dans lequel les charges sont libres de se déplacer ?
Prenons une baguette en plastique et frottons-la. On sait qu'elle devient électrisée parce qu'elle devient alors capable d'attirer de petits bouts de papier. Si on la met en contact avec une autre baguette, alors cette deuxième devient également électrisée, c'est à dire atteint un certain degré d'électrisation. Au moment du contact des deux baguettes, des charges électriques passent de l'une à l'autre, modifiant ainsi le nombre de charges contenues dans chacune des baguettes, jusqu'à ce qu'un équilibre soit atteint. Comment définir un tel équilibre ?
Définition : l'équilibre électrostatique d'un conducteur est atteint lorsque aucune charge électrique ne se déplace plus à l'intérieur du conducteur.

Du point de vue de chaque charge élémentaire, cela signifie que le **champ électrostatique** total auquel elle est soumise est **nul à l'intérieur du conducteur**. Comme le champ dérive d'un potentiel, cela implique qu'**un conducteur à l'équilibre électrostatique est équipotentiel**.

1.2 Lignes de champ

Nous avons vu que, à l'intérieur d'un conducteur (chargé ou non) le champ électrostatique total est nul. Mais ce n'est pas forcément le cas à l'extérieur, en particulier si le conducteur est chargé. Puisqu'un conducteur à l'équilibre est équipotentiel, cela entraîne alors que, sa surface étant au même potentiel, **le champ électrostatique est normal à la surface d'un conducteur**.
Par ailleurs, **aucune ligne de champ ne peut « revenir » vers le conducteur**. En effet, la circulation du champ le long de cette ligne impose $V(A) - V(B) = \int_A^B \overrightarrow{E}(M).d\overrightarrow{OM} = 0$. Si les points A et B appartiennent au même conducteur, alors la circulation doit être nulle, ce qui est impossible le long d'une ligne de champ (où, par définition $\overrightarrow{E}$ est parallèle à $d\overrightarrow{OM}$).



1.3 Densité volumique de charge dans le conducteur

Notons ρ la densité volumique de charge à l'intérieur du conducteur. Prenons un volume élémentaire quelconque $d\tau$ situé à l'interieur du conducteur à l'équilibre électrostatique, délimité par une petite sphère, contenant la charge élémentaire dq.
En vertu du théorème de Gauss : $dq = 0$ puisque le champ $\overrightarrow{E}$ est nul partout à la surface de la petite sphère. Cela signifie que

$$\boxed{\rho = \frac{dq}{d\tau} = 0}$$

, c'est-à-dire qu'**à l'équilibre électrostatique, un conducteur chargé l'est forcément en surface**.

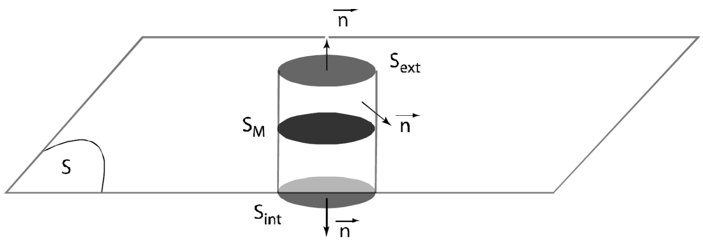
Ce resultat peut se comprendre par l'effet de répulsion que les charges exercent les unes sur les autres. A l'équilibre, les charges tendent donc à se trouver aussi éloignées les unes des autres que possible.

1.4 Théorème de Coulomb

Théorème : le champ électrostatique à proximite immédiate (en surface) d'un conducteur chargé avec une densité surfacique de charge σ vaut

$$\boxed{\overrightarrow{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}\overrightarrow{n}}$$

où $\overrightarrow{n}$ est un vecteur unitaire normal au conducteur et dirigé vers l'extérieur.
Démonstration :

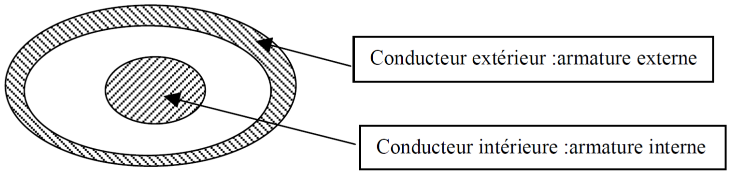


2 Le condensateur

2.1 Définition d'un condensateur

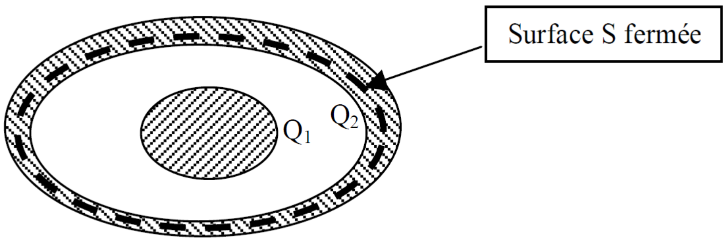
On appelle condensateur un ensemble de deux conducteurs en influence totale, c'est-à-dire que toutes les lignes de champ émanant du premier recontrent le second sur leur passage. Les conducteurs sont appelés armatures du condensateur.

Cette définition impose naturellement que l'armature intérieure soit contenue dans l'armature extérieure.



2.2 Capacité d'un condensateur

Considérons le condensateur précédent. Imaginons une surface fermée S contenue dans l'armature extérieure (voir figure) :



Si on note Q_1 la charge répartie sur la surface de l'armature intérieure et Q_2 la charge répartie sur la surface intérieure de l'armature extérieure, le théorème de Gauss nous permet d'écrire :

$$\boxed{Q_1 = -Q_2}$$

La capacité C d'un condensateur est définie par le rapport constant :

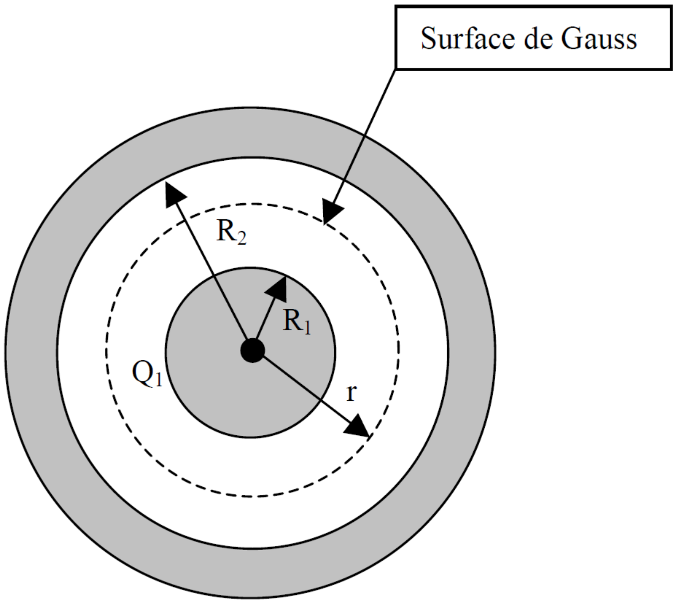
$$\boxed{C = \frac{Q_1}{U}}$$

avec

$$\boxed{U = V_1 - V_2 = \int_1^2 \overrightarrow{E}(M).d\overrightarrow{OM}}$$

2.3 Condensateur sphérique

Soit un condensateur constitué de deux armatures sphériques de même centre O, de rayons respectifs R_1 et R_2 , séparées par un vide ($R_2 > R_1$).

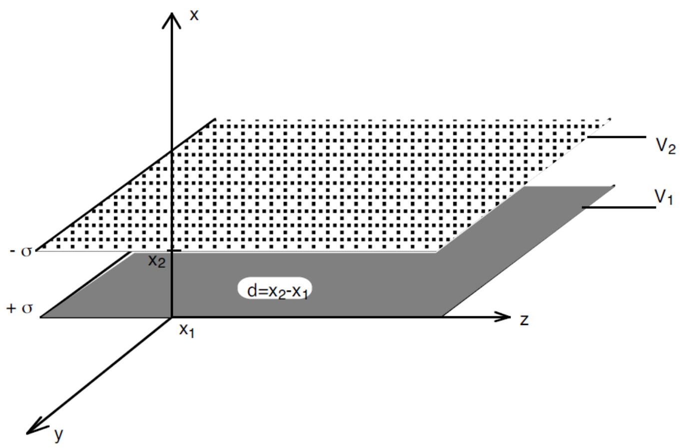


D'après le théorème de Gauss, le champ électrostatique en un point M situé à un rayon r entre les deux armatures vaut :

2.4 Condensateur plan

2.4.1 Capacité du condensateur plan

Soient deux armatures (A1) et (A2) planes paralleles infinies, orthogonales à un meme axe Ox et situées à une distance $d = x_2 - x_1$ l'une de l'autre. L'armature (A1) porte une densite surfacique de charges σ et (A2) porte une densite surfacique de charges $-\sigma$. Ce modèle fictif est retenu lorque la distance d est très inférieure aux dimentions des deux plans identiques qui se font face. On néglige donc les phénomènes intervenant aux extrémités (effets de bord). L'influence totale n'est donc pas assurée dans ce type de condensateur, le calcul de la capacité reste néanmoins applicable.



Entre les deux armatures, le champ électrostatique est la superposition des champs crées par ces deux plans infinis, c'est-à-dire :

Dans le cas d'un condensateur pour lequel le volume entre les armatures est rempli d'un diélectrique de permittivité relative ϵ_r au lieu de l'air, la capacité vaut :

$$\boxed{C = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r S}{d}}$$

2.4.2 Energie emmagasinée par le condensateur plan

Le condensateur est déchargé à $t = 0$ puis on le charge à partir de $t > 0$. La puissance aux bornes du condensateur s'écrit :

$$\boxed{P(t) = U(t)I(t) = \frac{Q(t)}{C}\frac{dQ(t)}{dt} = \frac{1}{2C}\frac{d\left(Q(t)^2\right)}{dt}}$$

La l'énergie emmagasinée par le condensateur à l'instant t notée $W(t)$ vaut donc :

$$\boxed{W(t) = \int_0^t P(t)dt = \frac{1}{2C}Q(t)^2}$$

Cette expression peut aussi s'écrire :

$$\boxed{W = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 S d}$$

où $\frac{1}{2}\epsilon_0 E^2$ est la densité volumique d'énergie électrostatique emmagasinée par le condensateur.