Potentiel électrostatique - Dipôle électrostatique

Table des matières

Un certain nombre d'animations intéressantes sont disponibles sur les sites des universités du Mans [1] ou de Nantes [2].

1 Potentiel électrostatique

1.1 Circulation du champ électrostatique

Rappelons l'expression de la force exercée par la charge q située en O sur la charge q' située en M

$$\boxed{\overrightarrow{F} = q'\,\overrightarrow{E}(M)}$$

Calculons le travail de $\overrightarrow{F}$ encore appelé circulation de $\overrightarrow{F}$ sur lorsque la charge q se déplace de A à B :

$$\boxed{W_{A\to B}(\overrightarrow{F}) = \int_A^B \overrightarrow{F}.d\overrightarrow{OM} = q'\int_A^B \overrightarrow{E}(M).d\overrightarrow{OM}}$$

Intéressons nous à la circulation de $\overrightarrow{E}$ en utilisant les coordonnées sphériques :

$$\boxed{\int_A^B \overrightarrow{E}(M).d\overrightarrow{OM} = \int_A^B \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\overrightarrow{e}_r.dr\,\overrightarrow{e}_r}$$

1. http://subaru2.univ-lemans.fr/enseignements/physique/02/mnelectricite.html
2. http://www.sciences.univ-nantes.fr/physique/perso/gtulloue/Elec/Champs/champE.html

$$\boxed{= \int_{r=r_A}^{r_B} \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left[-\frac{1}{r}\right]_{r_A}^{r_B} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)}$$

La circulation de $\overrightarrow{E}$ est conservative, elle ne dépend pas du chemin suivi pour aller de A à B.

En particulier, la circulation du champ électrostatique sur un coutour (courbe fermée) est nulle :

$$\boxed{\oint \overrightarrow{E}(M).d\overrightarrow{OM} = 0}$$

Le principe de superposition permet de généraliser ces résultats à une distribution de charge quelconque.

1.2 Potentiel

La circulation de $\overrightarrow{E}$ peut donc s'écrire

$$\boxed{\int_A^B \overrightarrow{E}(M).d\overrightarrow{OM} = V(A) - V(B) = -\Delta V}$$

où V est une fonction appelée potentiel électrostatique.
Dans le cas particulier de la charge ponctuelle

$$\boxed{V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r}}$$

Le potentiel est défini à une constante près.

Connaissant le potentiel, on peut en déduire le champ par

$$\boxed{\overrightarrow{E} = -\overrightarrow{grad}\,V}$$

En effet cette écriture de $\overrightarrow{E}$ nous redonne bien :

$$\boxed{\int_A^B \overrightarrow{E}(M).d\overrightarrow{OM} = \int_A^B -\overrightarrow{grad}\,V.d\overrightarrow{OM} = \int_A^B -dV = V(A) - V(B)}$$

Un champ de vecteur $\overrightarrow{E}$ à circulation conservative est un champ de gradient.

1.3 Potentiel créé par une distribution de charges

Pour une distribution de charges discontinue constituée de n charges ponctuelles :

$$\boxed{V(M) = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{P_i M}}$$

Pour une distribution volumique

$$\boxed{V(M) = \iiint_{\mathcal{D}} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho(P)d\tau}{PM}}$$

Pour une distribution surfacique

$$\boxed{V(M) = \iint_{\mathcal{D}} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma(P)dS}{PM}}$$

Pour une distribution linéïque

$$\boxed{V(M) = \int_{\mathcal{D}} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda(P)dl}{PM}}$$

1.4 Surfaces équipotentielles

On a $dV = 0 \Rightarrow \overrightarrow{E}.\overrightarrow{dOM} = 0$ donc :

Le champ est perpendiculaire aux surfaces équipotentielles [a] [b]

a. http://subaru2.univ-lemans.fr/enseignements/physique/02/electri/dipole2.html
b. http://www.sciences.univ-nantes.fr/physique/perso/gtulloue/Elec/Champs/champE.html

On a $\boxed{dV < 0 \Rightarrow \overrightarrow{E}.\overrightarrow{dOM} > 0}$ donc :

Les lignes de champ sont orientées dans le sens des potentiels décroissants

1.5 Énergie potentielle

Reprenons l'expression du travail

$$\boxed{W_{A\to B}(\overrightarrow{F}) = q'(V(A) - V(B)) = E_p(A) - E_p(B) = -\Delta E_p}$$

où :

$$\boxed{E_p(M) = q'V(M)}$$

est l'**énergie potentielle** que possède la charge q' du fait de sa position M dans le champ scalaire V créé par la distribution.

2 Le dipôle électrostatique

2.1 Définition

Un dipôle électrostatique est un système constitué de deux charges ponctuelles opposées et séparées par une distance d. Soit les charges $-q$ en $A(z = -\frac{d}{2})$ et $+q$ en $B(z = +\frac{d}{2})$. On appelle **moment dipolaire** le vecteur :

$$\boxed{\overrightarrow{p} = qd\overrightarrow{e}_z = q\overrightarrow{AB}}$$

Son module s'exprime en **debye** (symbole D) :

$$\boxed{1D = \frac{1}{3}.10^{-29}C.m}$$

Par exemple, une molécule diatomique telle que le chlorure d'hydrogène HCl est une molécule polaire, c'est-à-dire qu'elle présente au repos une séparation de charges. Son nuage électronique est asymétrique, les électrons se trouvant préférentiellement au voisinage de l'atome de chlore qui est le plus électronégatif.

2.2 Actions subies par un dipôle dans un champ uniforme

Dans ce qui suit, $\overrightarrow{E}$ ne désigne pas le champ créé par le dipôle mais un champ extérieur uniforme dans lequel il est plongé.

Le dipôle subit une résultante des forces :

$$\boxed{\overrightarrow{F} = q\overrightarrow{E} - q\overrightarrow{E} = \vec{0}}$$

Le dipôle est soumis à un moment total des forces en O qui vaut :

$$\boxed{\overrightarrow{M}_O = \overrightarrow{OB} \wedge q\overrightarrow{E} + \overrightarrow{OA} \wedge -q\overrightarrow{E} = q\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{E} = \overrightarrow{p} \wedge \overrightarrow{E}}$$

Le dipôle subit donc un "couple" (moment d'un couple de forces) qui tend à l'aligner parallèlement au champ appliqué, dans le même sens que celui-ci.