Le Champ Électrostatique

Table des matières

Un certain nombre d'animations intéressantes sont disponibles sur les sites des universités du Mans [1] ou de Nantes [2].

1. http://subaru2.univ-lemans.fr/enseignements/physique/02/mnelectricite.html
2. http://www.sciences.univ-nantes.fr/physique/perso/gtulloue/Elec/Champs/champE.html

1 La charge électrique

1.1 Propriétés

On appelle **charge** d'une particule une grandeur qui caractérise les interactions électromagnétiques qu'elle exerce ainsi que celles qu'elle subit.
La charge est une grandeur scalaire pouvant prendre des valeurs positives ou négatives.

La charge est **quantifiée**

$$\boxed{q = Ze}$$

où Z est un entier relatif et

$$\boxed{e = 1,6.10^{-19}\,C}$$

le coulomb étant l'unité de la charge.

La charge est une grandeur **conservative** : la charge totale d'un système fermé est constante au cours du temps.

La charge totale d'un système ne dépend pas du référentiel dans lequel on la mesure (principe d'**invariance** de la charge).

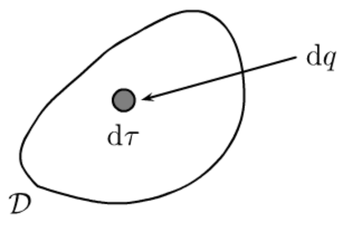
1.2 Distributions de charges

1.2.1 Distribution volumique

Pour représenter la distribution de charges, on définit une **densité volumique de charge** ou **charge volumique**

$$\boxed{\rho = \frac{dq}{d\tau}}$$

où $dq = \sum q_i$ est la charge contenue dans le volume $d\tau$ petit à l'échelle macroscopique (échelle caractéristique de l'expérience) et grand à l'échelle microscopique.

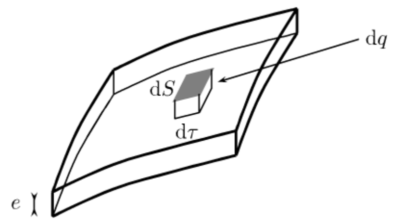


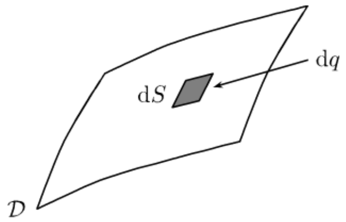
On peut aussi écrire :

$$\boxed{dq = \rho d\tau}$$

1.2.2 Distribution surfacique

Si une des 3 dimensions est négligeable par rapport aux deux autres, on peut définir une **densité surfacique de charge** ou **charge surfacique** σ telle que :

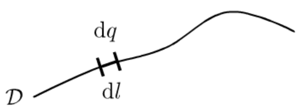




$$\boxed{dq = \rho\, edS = \sigma dS}$$

1.2.3 Distribution linéïque

Si deux des 3 dimensions sont négligeables par rapport à la troisième, on peut définir une **densité linéïque de charge** ou **charge linéïque** λ telle que :



$$\boxed{dq = \lambda dl}$$

2 Champ électrostatique

2.1 Loi de Coulomb

Soit q_1 en M_1 et q_2 en M_2 alors :

$$\boxed{\overrightarrow{F}_{1\to 2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{M_1M_2{}^2}\frac{\overrightarrow{M_1M_2}}{M_1M_2}}$$

avec $\dfrac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9.10^9\, SI$

2.2 Champ d'une charge ponctuelle

Soit q en O et q' en M alors :

$$\boxed{\overrightarrow{F}_{q\to q'} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qq'}{OM^2}\frac{\overrightarrow{OM}}{OM} = q'\frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{\overrightarrow{OM}}{OM^3} = q'\,\overrightarrow{E}_q(M)}$$

où

$$\boxed{\overrightarrow{E}_q(M) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{\overrightarrow{OM}}{OM^3}}$$

est le champ créé par la charge q en M.

2.3 Principe de superposition

Soit q_1 en O_1, q_2 en O_2, q_3 en O_3... De l'addition vectorielle des forces découle le principe de superposition des champs :

$$\boxed{\overrightarrow{E}(M) = \sum_i \overrightarrow{E}_i(M) = \sum_i \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0}\frac{\overrightarrow{O_iM}}{O_iM^3}}$$

En particulier, la force avec laquelle interagissent deux charges n'est pas modifiée par la présence d'une troisième charge.

2.4 Champ d'une distribution

On découpe la distribution en morceaux assez petits pour pouvoir considérer que la charge élémentaire dq du morceau est localisée au point P ; cette charge crée alors un champ élémentaire

$$\boxed{d\overrightarrow{E}(M) = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0}\frac{\overrightarrow{PM}}{PM^3}}$$

Le champ créé par la distribution est alors la somme des champs créés par les morceaux ; la distribution étant continue, on remplace la somme par une intégrale :

$$\boxed{\overrightarrow{E}(M) = \iiint_{\mathcal{D}} \frac{dq}{4\pi\epsilon_0} \frac{\overrightarrow{PM}}{PM^3}}$$

pour une distribution volumique

$$\boxed{\overrightarrow{E}(M) = \iiint_{\mathcal{D}} \frac{\rho(P)d\tau}{4\pi\epsilon_0} \frac{\overrightarrow{PM}}{PM^3}}$$

pour une distribution surfacique

$$\boxed{\overrightarrow{E}(M) = \iint_{\mathcal{D}} \frac{\sigma(P)dS}{4\pi\epsilon_0} \frac{\overrightarrow{PM}}{PM^3}}$$

pour une distribution linéïque

$$\boxed{\overrightarrow{E}(M) = \int_{\mathcal{D}} \frac{\lambda(P)dl}{4\pi\epsilon_0} \frac{\overrightarrow{PM}}{PM^3}}$$

Vous pourrez avantageusement vous reporter aux liens suivants pour retrouver les surfaces élémentaires dS et les volumes élémentaires $d\tau$ dans les différents systèmes de coordonnées :

- coordonnées cartésiennes [3]
- coordonnées cylindro-polaires [4]
- coordonnées sphériques [5]

2.5 Lignes de champ

Une **ligne de champ** [6] [7] est tangente en chacun de ses points M au champ $\overrightarrow{E}(M)$

Elle vérifie les propriétés suivantes :
1. Les lignes de champ électrostatique divergent à partir des charges positives et convergent vers les charges négatives.

3. http://www.sciences.univ-nantes.fr/physique/perso/gtulloue/Meca/Cinematique/coord_cartesiennes.html
4. http://www.sciences.univ-nantes.fr/physique/perso/gtulloue/Meca/Cinematique/coord_cylindriques.html
5. http://www.sciences.univ-nantes.fr/physique/perso/gtulloue/Meca/Cinematique/coord_spheriques.html
6. http://subaru2.univ-lemans.fr/enseignements/physique/02/electri/dipole2.html
7. http://www.sciences.univ-nantes.fr/physique/perso/gtulloue/Elec/Champs/champE.html

2. Lorsqu'il est défini, le champ électrostatique est nul au point d'intersection de deux lignes de champ (deux lignes de champ ne peuvent donc se couper que si $\overrightarrow{E}(M) = \overrightarrow{0}$ ou $\overrightarrow{E}(M)$ non défini).
3. Les lignes de champ électrostatique d'une distribution
   - partent à l'infini si la distribution est globalement positive
   - proviennent de l'infini si la distribution est globalement négative
   - n'aboutissent ni ne proviennent de l'infini si la distribution est globalement neutre

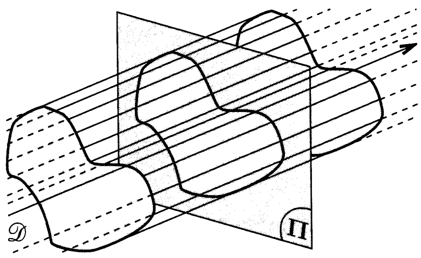
3 Invariances et symétries

3.1 Invariances des distributions de charges

3.1.1 Invariance par translation

Une distribution, illimitée dans la direction de l'axe Δ, est **invariante par translation** suivant Δ si, pour tout point M et son translaté M', sa densité de charge vérifie $\rho(M) = \rho(M')$.
exemple : distribution invariante par translation suivant Oz

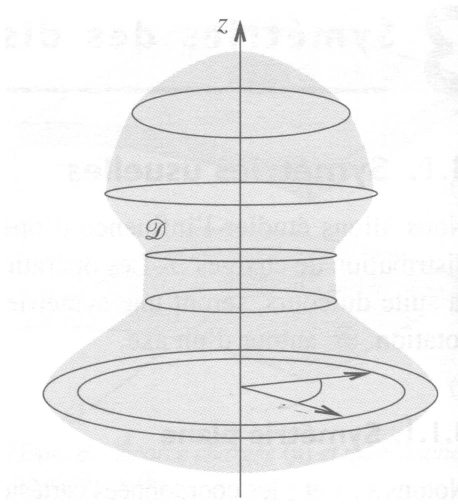
$$\boxed{\rho(r, \theta, z) = \rho(r, \theta)}$$



3.1.2 Invariance par rotation

Une distribution, est **invariante par rotation** autour d'un axe Δ si, pour tout point M et M' obtenu après rotation, sa densité de charge vérifie $\rho(M) = \rho(M')$.
exemple : distribution invariante par rotation autour d'un axe Oz

$$\boxed{\rho(r, \theta, z) = \rho(r, z)}$$

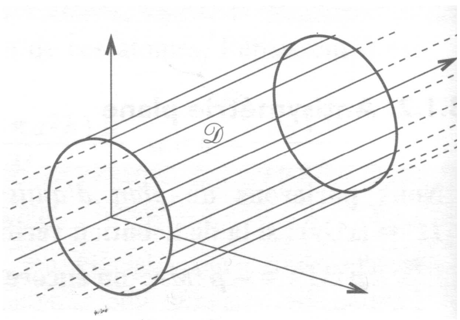


3.1.3 Distribution à symétrie cylindrique

C'est une distribution possédant une invariance par translation et par rotation. Une distribution à **symétrie cylindrique** est telle que

$$\boxed{\rho(r,\theta,z)=\rho(r)}$$

(invariance par rotation autour de Oz et invariance par translation suivant Oz)

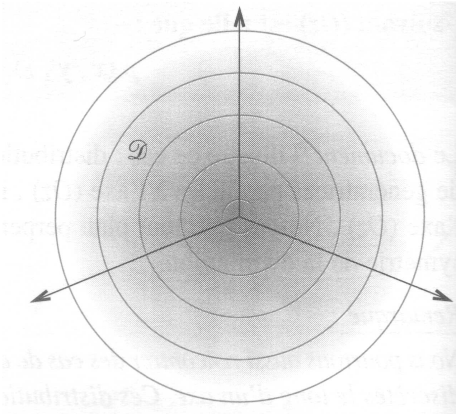


3.1.4 Distribution à symétrie sphérique

C'est une distribution possédant deux invariances par rotation. Une distribution à **symétrie sphérique** est telle que

$$\boxed{\rho(r,\theta,\varphi)=\rho(r)}$$

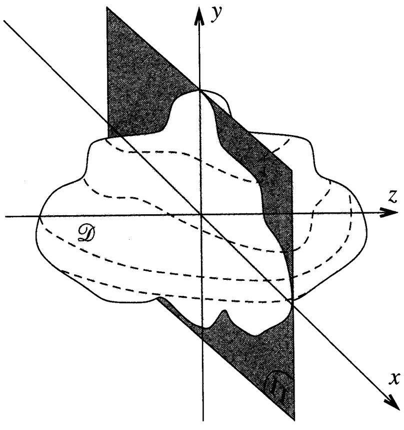
(invariance par rotation autour de $\overrightarrow{e}_\varphi$ et invariance par rotation autour de Oz)



3.2 Plan de symétrie et plan d'antisymétrie

Une distribution est symétrique par rapport à un plan Π si, pour tout point M il existe un symétrique M', et si sa densité de charge vérifie

$$\boxed{\rho(M) = \rho(M')}$$

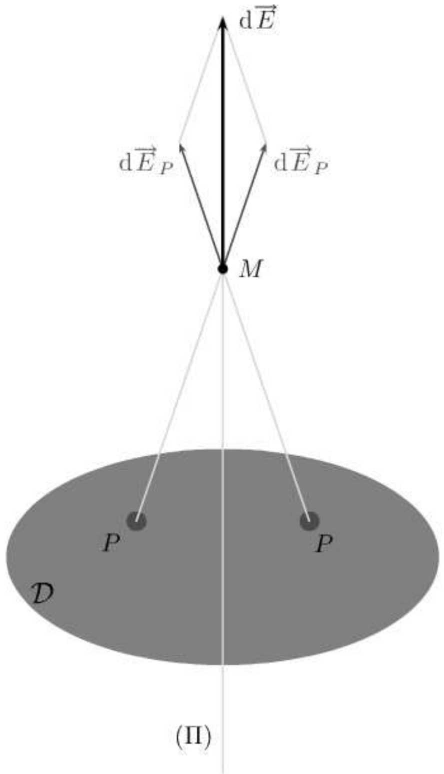


Une distribution est antisymétrique par rapport à un plan Π^* si, pour tout point M il existe un symétrique M', et si sa densité de charge vérifie

$$\boxed{\rho(M) = -\rho(M')}$$

3.3 Conséquences pour le champ électrostatique

3.3.1 Plan de symétrie



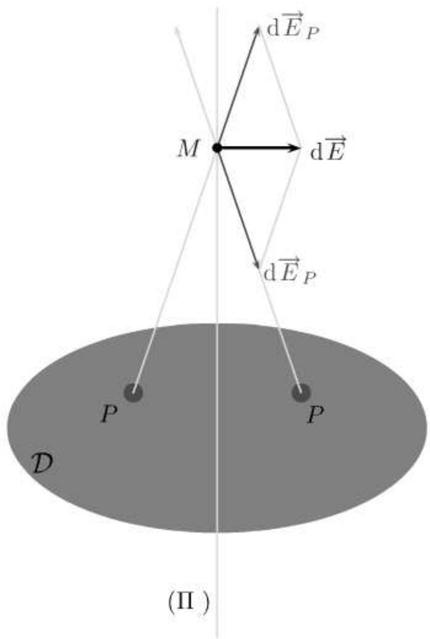
Propriété 1 : $\overrightarrow{E}$ est transformé en son symétrique par un plan Π, c'est-à-dire que si M' est le symétrique de M alors :

$$\boxed{\overrightarrow{E}(M') = sym\,\overrightarrow{E}(M)}$$

Propriété 2 : En un point du plan de symétrie, $\overrightarrow{E}$ appartient à ce plan :

$$\boxed{\overrightarrow{E}(M \in \Pi) \in \Pi}$$

3.3.2 Plan d'antisymétrie



Propriété 1 : $\overrightarrow{E}$ est transformé en son antisymétrique par un plan Π^*, c'est-à-dire que si M' est le symétrique de M alors :

$$\boxed{\overrightarrow{E}(M') = -sym\ \overrightarrow{E}(M)}$$

Propriété 2 : En un point du plan d'antisymétrie, $\overrightarrow{E}$ est perpendiculaire à ce plan :

$$\boxed{\overrightarrow{E}(M \in \Pi^*) \perp \Pi^*}$$

3.3.3 Invariances

Le champ électrostatique (effet) possède au moins les invariances des distributions de charges (cause).